

斯拉法体系下固定资本问题研究综述^{*}

黄 彪

内容提要 斯拉法复兴了古典理论以联合生产来研究固定资本的分析方式，这种方式不仅避免了新古典理论的逻辑缺陷，而且为从新的角度研究固定资本问题提供了思路。最近一些关于可转移机器的模型研究不仅重新激发了对固定资本问题的研究兴趣，也改变了对现有理论的一些认识，这些都使得重新梳理斯拉法体系下固定资本问题的研究成为必要。本文是对斯拉法体系下已有固定资本模型的综述性研究，总结了各模型假设条件和成本最小化生产技术的特点，并指出了一些值得进一步研究的问题。

关键词 斯拉法；固定资本；成本最小化；联合使用机器；可转移机器
作 者 黄彪，中国人民大学经济学院博士后。

一、引言

斯拉法和冯·诺依曼复兴了古典理论体系对固定资本的处理方式，也即把固定资本作为一种特殊的联合生产方式来研究，“联合生产是一个属，而固定资本是属下面主要的种”。^①联合生产的处理方式是将进入生产过程的机器和生产过程结束后的同一个机器看作两种不同的商品，换句话说，不同“年龄”的机器被认为是不同的商品。

^{*} 本文是中国博士后科学基金资助项目，项目编号：2018M631654。

^① 斯拉法：《用商品生产商品——经济理论批判绪论》，巫宝三译，北京：商务印书馆，1991年，第66页。

古典理论用联合生产的方式分析固定资本具有很多优点。第一，联合生产的方式能够避免新古典理论的逻辑缺陷。在新古典理论中，固定资本是一种生产要素，是作为决定新古典均衡的给定存量，但无论这种存量是传统新古典理论中给定的同质的价值量，还是现代新古典理论中给定的一组资本品向量，都存在严重的逻辑问题。^①相比之下，采用联合生产的方式可以内生决定固定资本（机器）的价格、使用寿命和数量，从而可以有效避免新古典理论的逻辑缺陷。第二，联合生产的方式可以回避固定资本具有流量和存量双重性质所带来的复杂性。即使忽略新古典理论的逻辑缺陷，固定资本也难以被看作存量。原因在于，虽然固定资本的实物形态在一次生产过程中不会被消耗，似乎是不变的“存量”，但每次生产结束后固定资本都会因折旧（物理折旧和价值折旧）而产生流量损失，也会因维修保养等获得流量补偿，因此固定资本是一种流量与存量的混合物（hybrid）。^②相比之下，以联合生产来分析固定资本，不同“年龄”的机器变成了不同的商品，此时所有机器都是流量，固定资本的存量与流量双重属性带来的复杂性得以合理地解决。第三，以联合生产方式处理固定资本问题，优于固定资本的“资金—流量”（fund-flow）处理方式，尤其在分析技术选择问题时，尽管“资金—流量”方式与联合生产在形式上相似，但前者可能会获得错误的技术选择结果。^③第四，联合生产方式下的固定资本模型要比其他多部门框架下的固定资本模型更加一般化。^④

斯拉法最初提出了一个机器始终保持使用效率不变的简单模型，随后学者们对这一模型进行了广泛扩展。这些扩展模型大体可以根据两个标准进行分类：旧机器是否可以联合使用（joint utilisation）和旧机器是否可以转移（transferability）。前一个标准是指一个生产过程是否允许出现多于一台的旧机器；后一个标准是指一种类型的旧机器是否可以被用于不同成品（finished goods）的生产过程中。因此，斯拉法之后的固定资本模型可以分为非转移、非联合使用机器（或单一机器）模型（non-transferable, non-jointly utilised machines model），非转移、联合使用机器模型（non-

① Petri Fabio, *General Equilibrium, Capital, and Macroeconomics: A Key to Recent Controversies in Equilibrium Theory*, Cheltenham UK and Northampton USA: Edward Elgar, 2004.

② Pasinetti Luigi, "Introductory Note: Joint Production", in Pasinetti, ed., *Essays on the Theory of Joint Production*, London: Macmillan, 1980, pp. xii-xvii

③ Kurz Heinz and Salvadori Neri, "Fund-flow Versus Flow-flow in Production Theory: Reflections on Georgescu-Roegen's Contribution", *Journal of Economic Behavior and Organization*, vol 51, no 1 (2003), pp 487-505.

④ Lager Christian, "Treatment of Fixed Capital in the Sraffian Framework and in the Theory of Input-output Analysis", *Economic Systems Research*, vol 9, no 4 (1997), pp 357-374; Lager Christian, "The Treatment of Fixed Capital in the Long Period", *Economic Systems Research*, vol 18, no 4 (2006), pp 411-426.

transferable, jointly utilised machines model), 可转移、非联合使用机器(或单一机器)模型(transferable, non-jointly utilised machines model), 以及可转移、联合使用机器模型(transferable, jointly utilised machines model)。

斯拉法认为最早采用联合生产的方式来处理固定资本问题的是托伦斯(R. Torrens), 后来李嘉图、马尔萨斯、马克思也采用了这种方式。^①尽管对于马克思是否采用联合生产的方式来处理固定资本问题是存在争议的,^②但对固定资本研究的古典复兴为破除新古典理论的逻辑缺陷并从新的角度分析固定资本问题提供了思路。最近一些关于可转移机器的研究重新激发了对固定资本问题的研究兴趣, 而且也改变了以往对机器使用效率等重要问题的认识, 因此, 对固定资本理论进行重新梳理显得非常必要。本文是对斯拉法体系下固定资本模型的发展展开的综述性研究, 将对已有模型进行重新分类并总结各模型的特点。图1给出了斯拉法体系下固定资本理论发展的基本情况和分类。

存在固定资本的经济体系, 首先面临技术选择问题, 包括机器是否值得使用、机器的最优使用年限、机器的运转速度快慢等。本文将仅考察前两个问题, 重点将关注固定资本模型的成本最小化生产技术的性质。

本文的基本结构如下: 第二部分给出斯拉法体系下固定资本模型所共有的一些假设条件, 并构建一个一般性分析框架, 给出成本最小化生产技术的定义。第三部分介绍机器使用效率不变的固定资本模型。第四到七部分将按照上述分类标准, 分别介绍四种模型及其特点, 以及最近关于可转移机器模型研究的一些争议。第八部分给出一些基本结论, 并讨论一些值得进一步研究的问题。

二、固定资本模型的共有假设和基本定义

为了将固定资本模型同一般的联合生产模型相区别, 需要设定一些假设条件。固定资本模型共有的假设条件一般包括三个。第一, 所有商品被区分为两类: 成品(fin-

^① 斯拉法:《用商品生产商品——经济理论批判绪论》, 巫宝三译, 北京: 商务印书馆, 1991年, 附录丁: 参考文献。

^② Moseley Fred, "Sraffa's Interpretation of Marx's Treatment of Fixed Capital", *Review of Political Economy*, vol 21, no 1 (2009), pp 85-100; Gehrke Christian, "The Joint Production Method in the Treatment of Fixed Capital: A Comment on Moseley", *Review of Political Economy*, vol 23, no 2 (2011), pp 299-306; Moseley Fred, "Reply to Gehrke", *Review of Political Economy*, vol 23, no 2 (2011), pp 307-315.

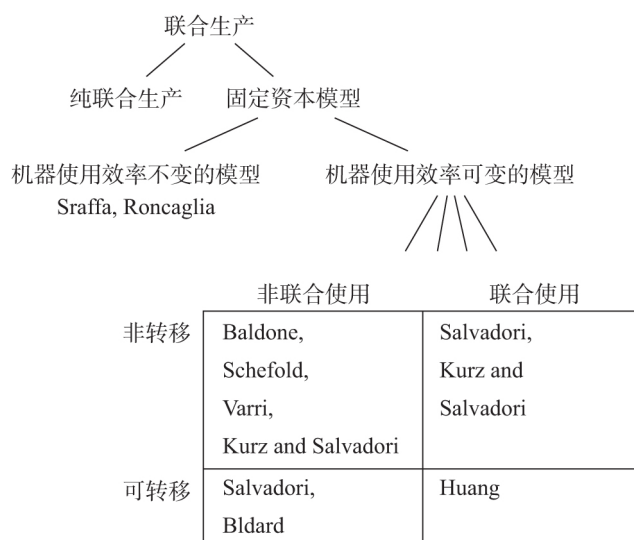


图 1 斯拉法体系下固定资本研究的分类^①

ished goods) 和旧机器 (old machines), 前者既可以被用作生产资料也可以被用于消费, 后者仅能被用作生产资料。需要说明的是, 新机器是成品。第二, 每一个生产过程生产且仅生产一种成品, 可能生产一定数量的旧机器。换句话说, 成品的联合生产被排除了, 可能的联合产品只能是旧机器, 且旧机器也只能作为联合产品出现。第三,

^① 图 1 中的文献分别为: Sraffa Piero, *Production of Commodities by Means of Commodities. Prelude to a Critique of Economic Theory*, Cambridge: Cambridge University Press, 1960; Roncaglia Alessandro, *Sraffa and the Theory of Prices*, New York: John Wiley and Sons, 1978; Baldone Salvatore, "Fixed Capital in Sraffa's Theoretical Scheme", in Pasinetti (ed.), *Essays on the Theory of Joint Production*, London: Macmillan, 1980, pp. 88-137; Schefold Bertram, "Fixed Capital as a Joint Product and the Analysis of Accumulation with Different Forms of Technical Progress", in Pasinetti (ed.), *Essays on the Theory of Joint Production*, London: Macmillan, 1980, pp. 138-217; Varri Paolo, "Prices, Rate of Profit and Life of Machines in Sraffa's Fixed Capital Model", in Pasinetti (ed.), *Essays on the Theory of Joint Production*, London: Macmillan, 1980, pp. 55-87; Kurz Heinz and Salvadori Neri, "Choice of Technique in a Model with Fixed Capital", *European Journal of Political Economy*, vol. 10, no. 3 (1994), pp. 545-569; Kurz Heinz and Salvadori Neri, *Theory of Production: A Long-Period Analysis*, Cambridge: Cambridge University Press, 1995; Salvadori Neri, "Fixed Capital within the Sraffa Framework", *Journal of Economics*, vol. 48, no. 1 (1988), pp. 1-17; Salvadori Neri, "Fixed Capital within a von Neumann-Morishima Model of Growth and Distribution", *International Economic Review*, vol. 29, no. 2 (1988), pp. 341-351; Salvadori Neri, "Transferable Machines with Uniform Efficiency Paths", in Mongiovi G. and Petri F. (eds.), *Value, Distribution and Capital: Essays in Honour of Pierangelo Garegnani*, London and New York: Routledge, 1999, pp. 270-285; Huang Biao, "A Fixed Capital Model with Transferable and Jointly Utilized Machines in the Sraffa Framework", *Metroeconomica*, vol. 66, no. 3 (2015), pp. 426-450; Bidard Christain, "On Transferable Machines", *Metroeconomica*, vol. 67, no. 3 (2016), pp. 513-528.

所有的旧机器可以自由处置，也即旧机器可以在任何时期报废，且报废价格为0。

生产技术和成本最小化的生产技术被定义如下。假设经济中存在 n 种商品可以被 m 个规模报酬不变的生产方法或生产过程生产出来 ($m > n$)。每一个生产方法 i 分别用 (a_i, l_i, b_i) 表示，其中 a_i 表示半正的 n 维商品投入向量，^① l_i 表示劳动投入标量， b_i 表示非负的 n 维商品产出向量。将所有的商品进行排序，令前 s 个商品为成品，剩下的商品为旧机器。同时，令前 m_1 个生产过程生产第 1 种成品，随后的 m_2 个生产过程生产第 2 种成品，以此类推，最后 m_s 个生产过程生产第 s 种成品，故 $m = \sum_{i=1}^s m_i$ 。由于不存在成品的联合生产，每一个成品对应一个“部门”，即定义：所有生产同一种成品的生产过程为同一部门的生产过程。总的生产技术用下面的矩阵形式表示：

$$\begin{aligned} A &= [a_1, a_2, \dots, a_m]^T \\ l &= [l_1, l_2, \dots, l_m]^T \\ B &= [b_1, b_2, \dots, b_m]^T \end{aligned}$$

对于生产技术，有如下一些假设：

假设 1：生产任何一种成品都需要一定的商品投入，即

$$e_i^T A \geq 0, i = 1, 2, \dots, m$$

其中 e_i 为第 i 个单位向量。

假设 2：所有商品都可以被生产出来，即

$$B e_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n$$

假设 3：劳动直接或间接进入所有商品的生产，即

$$\forall \epsilon > 0, (x \geq 0, x^T (B - \epsilon A) \geq 0) \Rightarrow x^T l > 0$$

用 p 来表示价格向量， w 来表示工资率， r 来表示外生给定的利润率， x 表示生产密度 (intensity) 向量， d 表示使用需求 (requirements for use) 向量。更加具体的，假设 d 具有下面的形式：

$$d^T = g x^T A + c^T \tag{1}$$

其中 g 为稳态增长率， c 为消费品向量。因为已经假设旧机器不能被消费，所以向

① 在本文中，所有向量都是列向量，向量和矩阵的转置将使用上标 T 表示。

量 c 只有前 s 个元素中的某些元素为正, 也即 $c^T = (c_s^T, 0^T)$, 其中 c_s 为 s 维半正向量。计价物 (numeraire) 用半正向量 f 表示, 其正的元素对应确定被生产的商品。在自由竞争的条件下, 下面的方程组 (2) 成立。

$$Bp \leq (1+r)Ap + wl \quad (2.1)$$

$$x^T Bp = x^T [(1+r)Ap + wl] \quad (2.2)$$

$$x^T B \geq (1+g)x^T A + c^T \quad (2.3)$$

$$x^T Bp = [(1+g)x^T A + c^T]p \quad (2.4)$$

$$f^T p = 1 \quad (2.5)$$

$$p \geq 0, x \geq 0, w \geq 0 \quad (2.6)$$

在上面的体系中, 不等式 (2.1) 表示在给定的利润率条件下, 没有任何的生产过程能够获得超额利润; 等式 (2.2) 表示如果某一个生产过程产生额外成本, 那么这个生产过程将不会被使用; 不等式 (2.3) 表示产出的商品量不能少于生产及积累所使用的量和消费量; 等式 (2.4) 表示如果某一种商品存在超额供给, 那么这种商品的价格为零; 等式 (2.5) 是计价物方程; 不等式 (2.6) 是为了使模型中的变量具有经济含义。

对于方程组 (2), 如果存在一组解 (x^*, p^*, w^*) , 就表示经济中存在一个成本最小化的生产技术。可以证明, 当存在一个非负的向量 z 使得不等式 (3) 成立时, 方程组 (2) 的解是存在的。^①

$$z^T [B - (1+r)A] \geq c^T \quad (3)$$

p^* 被称为长期价格 (long-period price) 向量, w^* 和 x^* 分别被称为长期工资率、长期生产密度向量。成本最小化的生产技术, 用 (A^*, l^*, B^*) 来表示, 被定义为在长期价格 p^* 和长期工资率 w^* 下不产生额外的成本, 且能够以一个正的生产密度生产出使用需求向量的生产过程。具体的, 对于 (A^*, l^*, B^*) , 下面的等式成立。

$$[B^* - (1+r)A^*] p^* = w^* l^* \quad (4.1)$$

$$\bar{x}^{*T} [B^* - (1+g)A^*] = c^T \quad (4.2)$$

^① 证明过程见 Kurz Heinz and Salvadori Neri, *Theory of Production: A Long-Period Analysis*, Cambridge: Cambridge University Press, 1995, Chapter 8.

其中是 \bar{x}^* 通过剔除 x^* 的零元素获得的向量。

下文将总结各个固定资本模型的成本最小化生产技术的性质。相对于单一生产，一般来说联合生产体系的成本最小化生产技术往往会产生很多复杂性，比如使用需求会影响成本最小化生产技术的决定、生产技术的存在并不保证成本最小化生产技术的存在、工资率 (w) - 利润率 (r) 曲线向右上方倾斜等。然而，在固定资本这类特殊的联合生产体系下，很多单一生产体系的特点都能够被保留。

三、机器使用效率不变的固定资本模型

斯拉法在《用商品生产商品》中提出了一个简单固定资本模型，该模型只有一种类型且使用效率一直保持不变的机器。所谓机器的使用效率保持不变，斯拉法指的是，“按照在机器全部寿命期间效率不变的假设，生产资料、劳动以及这种主要产品的数量是相等的”。^①表 1 给出了一个简单的例子，假设一个使用寿命为 t 年的机器 M 被用于生产成品 1， m_i 表示第 i 年机器 M 的投入或产出数量，^② $a_{(s-1)}^{(i)}$ 表示第 i 个生产过程中除机器 M 外的商品投入， $l_1^{(i)}$ 表示劳动投入， $b_{(s-1)}^{(i)}$ 表示除机器 M 外的商品产出（此时标准化为 e_1 ）。当机器 M 的使用效率不变时，有 $a_{(s-1)}^{(i)} = a_{(s-1)}^{(j)}$ ， $l_1^{(i)} = l_1^{(j)}$ ，对于 $i \neq j$ 。

表 1 机器使用效率不变的一个例子

	投入								产出					
	S-1	M_0	M_1	...	M_{t-1}	...	L	→	S-1	M_0	M_1	...	M_{t-1}	...
(1)	$a_{(s-1)}^T$	m_0	0	...	0	...	l_1	→	$b_{(s-1)}^T$	0	m_1	...	0	...
(2)	$a_{(s-1)}^T$	0	m_1	...	0	...	l_1	→	$b_{(s-1)}^T$	0	0	...	0	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
(t)	$a_{(s-1)}^T$	0	0	...	m_{t-1}	...	l_1	→	$b_{(s-1)}^T$	0	0	...	0	...

当机器使用效率保持不变时，对于旧机器而言技术选择问题仅仅涉及机器是否值得使用。如果机器过于昂贵而不值得使用，则成本最小化的生产技术就是一个单一生产体系。如果机器值得使用，则成本最小化的生产技术同样具有单一生产体系的性质，

① 斯拉法：《用商品生产商品——经济理论批判绪论》，巫宝三译，北京：商务印书馆，1991 年，第 69 页。此处“主要产品”就是成品。

② 在表 1 中， m_i 是为了方便表述，同一个生产过程中，对于同一种机器有 $m_i = m_{i+1}$ ， $i=0, 1, \dots, t-2$ 。

这可以利用表 1 的例子进行说明。假设表 1 显示的生产过程均为成本最小化，那么下面的方程组成立：

$$(a_{c_{s-1}}^T p_{c_{s-1}}^* + m_0 p_{m_0}^*) (1+r) + l_1 \omega^* = b_{c_{s-1}}^T p_{c_{s-1}}^* + m_1 p_{m_1}^* \quad (5.1)$$

$$(a_{c_{s-1}}^T p_{c_{s-1}}^* + m_1 p_{m_1}^*) (1+r) + l_1 \omega^* = b_{c_{s-1}}^T p_{c_{s-1}}^* + m_2 p_{m_2}^* \quad (5.2)$$

$$\dots \quad (5.3)$$

$$(a_{c_{s-1}}^T p_{c_{s-1}}^* + m_{t-1} p_{m_{t-1}}^*) (1+r) + l_1 \omega^* = b_{c_{s-1}}^T p_{c_{s-1}}^* \quad (5.4)$$

其中 $p_{c_{s-1}}^*$ 表示 p^* 的前 s 个元素。如果将上述方程分别乘以 $(1+r)^{t-1}$ ， $(1+r)^{t-2}$ ， \dots ， $(1+r)$ ， 1 ，并将其相加，则旧机器的投入和产出相互抵消，进而获得一个不使用旧机器的一体化 (integrated) 生产过程。所有使用机器的生产部门都可以获得这种一体化的生产过程，因此这种模型成本最小化的生产技术具有单一生产体系的性质。

如果机器的使用效率一直保持不变，那么在机器联合使用的情况下，同样可以证明，在成本最小化的生产技术中，使用不同类型、不同“年龄”的机器生产同一个成品的生产过程可以一体化为一个不使用旧机器的生产过程，^①因此该模型成本最小化的生产技术同样具有单一生产体系的性质。类似的，如果机器的使用效率一直保持不变，具有可转移机器的固定资本模型的成本最小化生产技术同样具有单一体系的性质，第六部分会详细说明这一点。基于这些原因，与下面的一些模型相比，使用效率保持不变的模型并不是特殊的。

四、使用效率可变的非转移单一机器模型

斯拉法提出的使用效率不变的单一机器模型最初被一些学者扩展为不可转移的单一机器但使用效率可变的模型。^②机器使用效率可变所带来的第一个问题是，机器的最

① Roncaglia Alessandro, *Sraffa and the Theory of Prices*, New York: John Wiley and Sons, 1978.

② Baldone Salvatore, "Fixed Capital in Sraffa's Theoretical Scheme", in Pasinetti, ed., *Essays on the Theory of Joint Production*, London: Macmillan, pp. 88-137; Schefold Bertram, "Fixed Capital as a Joint Product and the Analysis of Accumulation with Different Forms of Technical Progress", in Pasinetti, ed., *Essays on the Theory of Joint Production*, London: Macmillan, pp. 138-217; Varri Paolo, "Prices, Rate of Profit and Life of Machines in Sraffa's Fixed Capital Model", in Pasinetti, ed., *Essays on the Theory of Joint Production*, London: Macmillan, pp. 55-87; Kurz Heinz and Salvadori Neri, "Choice of Technique in a Model with Fixed Capital", *European Journal of Political Economy*, vol. 10, no. 3 (1994), pp. 545-569; Kurz Heinz and Salvadori Neri, *Theory of Production: A Long-Period Analysis*, Cambridge: Cambridge University Press, 1995, Chapter 7.

优使用时间和机器的物理寿命并不一定保持一致。如果机器使用效率保持不变，在给定的利润率水平下某种机器是值得使用的，那么没有理由在机器物理寿命终止前停止使用。相比之下，如果机器的使用效率是递减的，那么该机器可能在物理寿命到期前就被报废，也即变成经济上的闲置。在这一类模型中，机器的最优使用寿命将由成本最小化的生产技术决定，一般来说是不能独立于收入分配关系的。

除了第二部分给出的假设，在这一类模型中，需要额外假设机器的非联合使用和机器的非转移。具体来看，假设对于所有的生产过程而言，每个生产过程中最多只能使用一个旧机器，且每一个生产过程最多生产出一个旧机器（非联合使用）。同时假设如果某一种旧机器被用于第 k 种成品的生产，那么这种旧机器不能被用于第 j ($k \neq j$) 种成品的生产（非转移）。仅使用成品生产出来的旧机器被称为一年旧的机器，使用成品和一年旧的机器生产出来的机器被称为二年旧的机器，以此类推。

令 t_i 表示部门 i 中使用的旧机器的数量，^①经过整理矩阵 A 和矩阵 B 具有下面的形式。

$$A = \begin{matrix} & s & t_1 & t_2 & \cdots & t_u \\ \begin{matrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_s \end{matrix} & \left(\begin{array}{c|c|c|c|c} A_{11} & A_{21} & & & \\ A_{21} & & A_{22} & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ A_{s1} & & & & A_{su} \end{array} \right) \end{matrix} \quad (6)$$

$$B = \begin{matrix} & s & t_1 & t_2 & \cdots & t_u \\ \begin{matrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_s \end{matrix} & \left(\begin{array}{c|c|c|c|c} B_{11} & B_{1t_1} & & & \\ B_{21} & & B_{2t_2} & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ B_{s1} & & & & B_{su} \end{array} \right) \end{matrix} \quad (7)$$

其中 A_{i1} 和 B_{i1} 表示部门 i 的成品投入和产出子矩阵。由于纯联合生产被排除，所以 B_{i1} 只有第 i 列为正，其他全部为 0。 A_{it_i} (B_{it_i}) 表示第 i 个部门使用（生产出）的旧机器。如果第 i 个部门不使用旧机器，那么 A_{it_i} 和 B_{it_i} 为零矩阵，可以剔除掉相应的列。由于假设机器的非联合使用，所以对于子矩阵 A_{it_i} 和 B_{it_i} ，每一行中最多只有一个元素为正。

令 (A^*, l^*, B^*) 为成本最小化的生产技术，可以证明，对于每一个使用机器的部门 i ，都存在一个向量 $x_i^T(g)$ 使得 $x_i^T(g) B_{i1}^* = e_i^T$ ，且 $x_i^T(g) [B_{it_i}^* - (1+g)A_{it_i}^*] =$

^① 例如，如果部门 1 的生产使用两种机器 M 和 N，二者的物理寿命分别为 τ_1 和 τ_2 ，则 $t_1 = \tau_1 + \tau_2$ 。即使部门 1 使用两种机器，这两种机器也不会同时出现在一个生产过程中。

0, 其中 e_i 为第 i 个单位向量。^① $(x_i^T(g)A_{ii}^*, x_i^T(g)l_i^*, x_i^T(g)B_{ii}^*)$ 被称为一个生产成品 i 的核心过程 (core-process) 或一体化的生产过程 (integrated process), 其中 l_i^* 是由使用机器生产成品 i 的生产过程的劳动投入组成的向量。由这些核心过程构成的“生产技术”是一个不使用旧机器的单一体系, 所以非转移单一机器模型的成本最小化生产技术具有与单一生产非常相似的特征: 第一, 成本最小化生产技术的决定独立于最终需求结构; 第二, 如果存在多个成本最小化生产技术, 可以证明对于这些技术, 以工资率衡量的实际生产出来的成品的价格是相同的; 第三, 以工资率衡量的成品的价格是利润率 r 的增函数, 也即 $w-r$ 曲线是向右下方倾斜的。

成本最小化的生产技术可以确定成品的价格、旧机器的价格和使用年限。在此基础上可以进一步分析机器的折旧、使用年费和使用效率。假设某一个机器在成本最小化的生产技术下持续使用 $t+1$ 年, 令 $p_0(r), p_1(r), \dots, p_t(r)$ 表示这种机器第 0, 1, \dots, t 年的价格, 第 i 年机器的折旧, 也即机器的价格变化为:

$$M_i(r) = p_i(r) - p_{i+1}(r), i = 0, 1, \dots, t-1 \quad (8)$$

$$M_t(r) = p_t(r) \quad (9)$$

机器的使用年费为:

$$Y_i(r) = (1+r)p_i(r) - p_{i+1}(r), i = 0, 1, \dots, t-1 \quad (10)$$

$$Y_t(r) = (1+r)p_t(r) \quad (11)$$

对于同一种机器, 如果第 i 年旧的机器的使用年费高于 (低于, 等于) 第 $i+1$ 年旧的机器的使用年费, 则称该机器的使用效率是下降 (上升, 不变) 的。在利润率外生给定的情况下, 机器价格一般是利润率的函数, 因此机器折旧、使用效率的变化一般是不能独立于收入分配关系的。

本节是以机器的使用年费来定义使用效率, 由此定义得出的使用效率不变与斯拉法给出的使用效率不变的定义是一致的。斯拉法在其著作中也提及, “假设一台机器 ‘ m ’ 在整个寿命中工作效率不变, 并且如果产品的所有单位的价格是统一的, 那么对机器 m 每年支付的利息和折旧费用也必不变”。^②这种等价性可以从数理角度进行证明。

^① Kurz Heinz and Salvadori Neri, “Choice of Technique in a Model with Fixed Capital”, *European Journal of Political Economy*, vol 10, no 3 (1994), pp 545-569.

^② 斯拉法:《用商品生产商品——经济理论批判绪论》, 巫宝三译, 北京: 商务印书馆, 1991年, 第68页。

命题 1: 令 (A, l, B) 为给定任意利润率 $r \in [\underline{r}, \bar{r}]$ 条件下的成本最小化生产技术。如果对于任意 $r \in [\underline{r}, \bar{r}]$, 按照公式 (10) 和 (11) 定义的第 i 年的机器 M 的使用年费一直等于同种机器第 $i+1$ 年的使用年费, $i=1, 2, \dots, t-1$, 其中 $t-1$ 为机器 M 在成本最小化生产技术中被生产出来的最大年限, 那么对于所有使用机器 M 生产成品的生产过程, 除新机器的投入外, 为生产一单位成品所消耗的其他商品投入和劳动投入是相同的。

证明: 令 (a_i, l_i, b_i) 和 $(a_{i+1}, l_{i+1}, b_{i+1})$ 分别表示使用第 i 年和第 $i+1$ 年机器 M 生产成品 j 的两个生产过程, 同时令第 s 个成品表示新机器 M 。两个生产过程被标准化为生产 1 单位成品 j 。第 i 年机器 M 的使用年费表示如下:

$$Y_{M_i}(r) = (1+r)p_{M_i}^*(r) - p_{M_{i+1}}^*(r) = \frac{1}{m} [b_{i\langle s-1 \rangle}^T p_{i\langle s-1 \rangle}^* - (1+r)a_{i\langle s-1 \rangle}^T p_{i\langle s-1 \rangle}^* - l_i \omega^*] \quad (12)$$

其中 m 表示为生产一单位成品 j 所消耗的机器 M 的数量, $b_{i\langle s-1 \rangle}$, $a_{i\langle s-1 \rangle}$ 和 $p_{i\langle s-1 \rangle}^*$ 分别表示 b_i , a_i 和 p^* 的前 $s-1$ 个元素。因为 $b_{i\langle s-1 \rangle} = b_{i+1, \langle s-1 \rangle}$, 如果 $Y_{M_i}(r) = Y_{M_{i+1}}(r)$, 则:

$$(1+r)a_{i\langle s-1 \rangle}^T p_{i\langle s-1 \rangle}^* + l_i \omega^* = (1+r)a_{i+1, \langle s-1 \rangle}^T p_{i\langle s-1 \rangle}^* + l_{i+1} \omega^* \quad (13)$$

或

$$(1+r)(a_{i\langle s-1 \rangle}^T - a_{i+1, \langle s-1 \rangle}^T) \frac{p_{i\langle s-1 \rangle}^*}{\omega^*} = l_{i+1} - l_i \quad (14)$$

从这一部分的分析可知, 以工资率衡量的成品价格是利润率 r 的增函数, r 的上升会使得 $(1+r) \frac{p_{i\langle s-1 \rangle}^*}{\omega^*}$ 上升, 如果要保证上式对于任意的 $r \in [\underline{r}, \bar{r}]$ 成立, 则必然有 $a_{i\langle s-1 \rangle}^T = a_{i+1, \langle s-1 \rangle}^T$ 和 $l_{i+1} = l_i$, 命题得证。

五、使用效率可变的非转移联合使用机器模型

隆卡利亚 (Roncaglia) 最早提出一个非转移联合使用机器的模型, 但该模型中机器的使用效率是保持不变的。^①萨尔瓦多里 (Salvadori) 最早建立了使用效率可变的联

① Roncaglia Alessandro, *Sraffa and the Theory of Prices*, New York: John Wiley and Sons, 1978.

合使用机器模型，但他的模型中仍然假设机器的不可转移性。^①因机器的不可转移性假设仍然成立，故生产技术矩阵 A 和 B 仍然具有式 (6) 和式 (7) 的形式，与非转移单一机器模型相比，此时子矩阵 A_{ii} 和 B_{ii} 的每一行可以有多个元素为正。

在这一类模型中，萨尔瓦多里证明了成本最小化的生产技术的决定是独立于消费结构的，相比之下，投资（经济增长率）可能会影响成本最小化生产技术的决定。后一个结论产生的原因是，旧机器可以被联合用于生产同一个成品的生产过程，这些生产过程相对生产密度的变化会决定这些旧机器是否出现生产过剩。而投资（经济增长率）会影响生产同一个成品的不同生产过程的生产密度，因此会决定旧机器是否出现生产过剩，从而能够影响相对价格和成本最小化生产技术的决定。

成本最小化生产技术的决定独立于消费结构可以表述为：假设 x^* ， p^* 和 w^* 是方程组 (2) 在给定消费向量 c_1 情况下的解，那么对于另一个消费向量 $c_2 \neq c_1$ ，存在 x^{**} ， p^* 和 w^* 是方程组 (2) 的一组解。这一结论可以概要证明如下。令 $x^* = [x_1^{*T}, x_2^{*T}, \dots, x_s^{*T}]^T$ ，其中 x_i^* 为部门 i 的生产密度，定义矩阵 Q，其第 i 行为 $x_i^{*T} B_{1i}$ ，定义矩阵 H，其第 i 行为 $x_i^{*T} A_{1i}$ ，则不等式 (2.3) 可以表述如下：

$$e^T [Q - (1 + g)H] \geq c_{1s}^T \quad (15.1)$$

$$x_i^{*T} [B_{1i} - (1 + g)A_{1i}] \geq 0, i = 1, 2, \dots, u \quad (15.2)$$

其中 c_{1s} 为 c_1 前 s 个元素组成的向量。从不等式 (15.1) 可知矩阵 $[Q - (1 + g)H]$ 是可逆的且其逆矩阵是半正的，^②因此存在一个向量 v 使得 $v^T [Q - (1 + g)H] \geq c_{2s}^T$ ，其中 c_{2s} 为 c_2 前 s 个元素组成的向量。同时，对 x_i^* 进行标量乘不会改变不等式 (15.2)，也即 $v_i x_i^*$ 同样满足不等式 (15.2)，其中 v_i 为 v 的第 i 个元素。因此对于向量 c_2 ，存在向量 x^{**} ， p^* 和 w^* 作为方程组 (2) 的一组解，其中 $x^{**} = [v_1 x_1^{*T}, v_2 x_2^{*T}, \dots, v_s x_s^{*T}]^T$ 。

对于这一类模型，萨尔瓦多里进一步证明了，在 $r = g$ 的情况下，即使存在多于一个成本最小化的生产技术，那么以工资率衡量的实际生产出来的成品的价格是唯一的。但这一结论在 $r \neq g$ 的情况下不一定成立。同时，即使在 $r = g$ 的情况下，以工资率衡量的旧机器的价格也不一定唯一。

^① Salvadori Neri, "Fixed Capital within the Sraffa Framework", *Journal of Economics*, vol 48, no 1 (1988), pp 1-17; Salvadori Neri, "Fixed Capital within a Von Neumann-Morishima Model of Growth and Distribution", *International Economic Review*, vol 29, no 2 (1988), pp 341-351.

^② Kurz Heinz and Salvadori Neri, *Theory of Production: A Long-Period Analysis*, Cambridge: Cambridge University Press, 1995, Mathematical Appendix.

在分析成本最小化的生产技术时没有必要引入机器的“年龄”和类型，但在分析机器的折旧和使用效率时就必须对“年龄”和类型进行定义。在给出这些定义的基础上，^①对于机器的折旧、使用年费和使用效率的分析与非转移单一机器模型相同。需要额外强调的一点是，在机器联合使用的情况下，某一种机器价格的决定一般是离不开其他类型机器的价格的，因此不同类型机器的折旧、使用年费和使用效率一般而言是相互影响的。^②

六、非联合使用可转移机器模型

在上面的模型中，机器的不可转移性对于获得模型的性质至关重要。一般来说，如果允许机器的可转移性，那么模型将会面临一些纯联合生产的难题，此时的经济系统被舍福德（Schefold）称为“连锁的”（interlocked）。^③但是，在机器的使用效率满足一定条件时，可转移机器模型将不会产生纯联合生产的一些难题。

斯拉法认识到了机器的可转移性所带来的问题，他指出，当机器可以被用于不同的部门时，机器的使用寿命可能不同，或者使用寿命相同但机器的使用效率可能不同。然而，“如果在所有生产部门中机器有相同的工作寿命和不变效率，每一年龄的帐面价值会在所有生产部门中相等，因为每年费用会等于第75节所述的年金”。^④

也就是说，如果机器在所有部门的使用寿命和使用效率均相同，那么机器的可转移性就不会产生任何复杂性。斯拉法这一建议被萨尔瓦多里扩展，他认为，如果机器的使用效率可变但使用效率的变化路径与机器的使用部门无关的话，可转移机器仍然不会产生任何复杂性。^⑤

^① Salvadori Neri, “Fixed Capital within the Sraffa Framework”, *Journal of Economics*, vol 48, no 1 (1988), pp 1-17; Kurz Heinz and Salvadori Neri, *Theory of Production: A Long-Period Analysis*, Cambridge: Cambridge University Press, 1995, Chap. 9.

^② Roncaglia Alessandro, *Sraffa and the Theory of Prices*, New York: John Wiley and Sons, 1978; Lager, Christian, “Treatment of Fixed Capital in the Sraffian Framework and in the Theory of Input-output Analysis”, *Economic Systems Research*, vol 9, no 4 (1997), pp 357-374.

^③ Schefold Bertram, *Mr Sraffa on Joint Production and Other Essays*, London: Unwin Hyman, 1989.

^④ 斯拉法：《用商品生产商品——经济理论批判绪论》，巫宝三译，北京：商务印书馆，1991年，第70页。

^⑤ Salvadori Neri, “Transferable Machines with Uniform Efficiency Paths”, in Mongiovi G. and Petri F., eds., *Value, Distribution and Capital: Essays in Honour of Pierangelo Garegnani*, London and New York: Routledge, 1999, pp 270-285.

萨尔瓦多里将分析仅限于机器不可联合使用的情形，即除了第二部分的假设外，还需要假设机器不可联合使用，但机器不可转移的假设却被排除，取而代之的是一个“统一效率路径公理”（Uniform Efficiency Path Axiom）。该假设可以表述如下：如果某一种机器 M 被用于两种不同的成品 i 和 j 的生产，那么存在一个向量 $(a_{ij}^T, b_{ij}^T, l_{ij})$ 使得对于每一个使用机器 M （新机器或者旧机器）生产成品 i 的生产过程 (a_s^T, b_s^T, l_s) ，都存在一个使用机器 M （新机器或者旧机器）生产成品 j 的生产过程 (a_t^T, b_t^T, l_t) ，使得 (a_t^T, b_t^T, l_t) 是 (a_s^T, b_s^T, l_s) 和 $(a_{ij}^T, b_{ij}^T, l_{ij})$ 的线性组合。

“统一效率路径公理”的经济含义可以理解为，随着机器 M 从生产成品 i 的某一生产过程 (a_s^T, b_s^T, l_s) 转移到生产成品 j 的某一生产过程 (a_t^T, b_t^T, l_t) ，产出的变化 (b_{ij}^T) 要求投入也发生变化 $(a_{ij}^T$ 和 $l_{ij})$ 。如果机器 M 的使用效率的变化与生产的成品无关，则对于其他任意的生产成品 i 的生产过程 $(a'_s{}^T, b'_s{}^T, l'_s)$ ，在经过一定的标准化处理之后，将其投入进行调整（对 $a'_s{}^T$ 和 l'_s 同 a_{ij}^T 和 l_{ij} 进行线性组合），则同样可以生产出成品 j （产出由 $b'_s{}^T$ 变为 $b'_t{}^T$ ），即可以获得一个生产过程 $(a'_t{}^T, b'_t{}^T, l'_t)$ 生产成品 j 。

可以用一个简单的例子来说明“统一效率路径公理”，如表 2 所示。在表 2 中，生产过程（1）和（2）为使用一种机器 M 生产玉米的生产过程。机器 M 同样可以用于生产小麦 [生产过程（3）]。当机器 M 由生产玉米的生产过程（1）转移到生产小麦的生产过程（3）时，产出变化为 $(-1, 1, 0, 0)$ ，这要求商品和劳动投入发生变化 $(1/5, 1/5, 0, 0)$ 和 $1/2$ ，该向量为经过标准化的 a_{ij}^T 和 l_{ij} 。如果机器 M 的使用效率路径与生产玉米或小麦无关，则生产过程（2）的商品投入和劳动投入发生同样的变化也可以获得一个生产小麦的生产过程，即生产过程（4）。

在“统一效率路径公理”成立的情况下，可以证明，当一个可转移的机器 M 被用于生产成品 i 和成品 j 时，如果在成本最小化生产技术中生产成品 i 的生产过程连续使用 t 年机器 M ，那么在成本最小化的生产技术中同样存在连续使用 t 年机器 M 的生产成品 j 的生产过程。在表 2 的例子中，如果生产过程（1）和（2）是成本最小化的，那么可以证明生产过程（3）和（4）也是成本最小化的。根据非转移单一机器模型的性质可知，这些连续使用机器 M 的生产成品 i 的生产过程可以整合为一个不使用旧机器的一体化生产过程，对于使用机器 M 生产成品 j 的生产过程同样如此。因此，在“统一效率路径公理”成立的情况下，可转移单一机器模型与不可转移单一机器模型具有同样的性质，其成本最小化生产技术都具有单一生产体系的性质。

在“统一效率路径公理”成立的情况下，如果将用于生产不同成品的同种机器看

作两种不同的机器，比如将生产成品 i 和 j 的机器 M 被看作机器 N 和机器 Q ，则同样年龄的机器 N 和机器 Q 具有相同的价格，故两者具有相同的折旧路径和使用效率变化路径，这也是该假设条件被称为“统一效率路径公理”的原因。

表 2 一个带有可转移机器的例子

	投入						产出			
	玉米	小麦	M_0	M_1	劳动	→	玉米	小麦	M_0	M_1
(1)	1/15	1/5	1	0	1/2	→	1	0	0	1
(2)	3/20	1/10	0	1	1/2	→	1	0	0	0
(3)	4/15	2/5	1	0	1	→	0	1	0	1
(4)	7/20	3/10	0	1	1	→	0	1	0	0

七、可转移机器模型的发展与争议

尽管萨尔瓦多里将其分析限制在单一机器的模型上，但他推断单一机器的情形可以推广到联合使用机器的情形。然而“统一效率路径公理”不能被直接应用于联合使用机器的情形，原因如下。第一，“统一效率路径公理”中定义的 $(a_{ij}^T, b_{ij}^T, l_{ij})$ 在联合使用机器的情况下可能不存在。在机器不可联合使用的情况下，使用同一机器生产不同成品的两个生产过程的差别仅仅在于非机器的商品投入、劳动投入和商品产出，而在联合使用机器的情况下，上面两个生产过程的差别还可能包括其他不同类型、不同“年龄”的机器，因此不可能一直存在向量 $(a_{ij}^T, b_{ij}^T, l_{ij})$ 。第二，在机器可以联合使用的情况下，机器的价格和使用效率是相互影响的，某种机器的使用效率一般会受到与其联合使用的其他机器使用效率的影响，因此一般是不能独立于机器使用的生产部门的。

但是，可以证明，经过适当的修正，“统一效率路径公理”可以被用于联合使用机器的情形，并且此时可转移且联合使用机器的模型与非转移联合使用机器的模型具有同样的性质。^①

对于可转移机器模型的这些最新发展，比达尔 (Bidard) 提出了一些异议。^②他的

^① Huang Biao, “A Fixed Capital Model with Transferable and Jointly Utilized Machines in the Sraffa Framework”, *Metroeconomica*, vol 66, no 3 (2015), pp 426-450.

^② Bidard Christain, “On Transferable Machines”, *Metroeconomica*, vol 67, no 3 (2016), pp 513-528.

主要观点可以概括如下。首先，在“统一效率路径公理”成立的情况下，每一个带有可转移机器的模型都可以找到一个与之对应的非转移机器的模型，前者中的可转移机器等同于后者中两种不可转移的机器。其次，“统一效率路径公理”更应该从盈利（profitability）的角度来解释，应被称作“同等盈利”（equiprofitability）假设，重点不在于机器的使用效率，而在于这一核心假设条件使得使用可转移机器的不同的生产部门存在着对应的相同盈利程度的生产过程。总之，比达尔认为，“统一效率路径公理”（或他说的同等盈利假设）这一假设过于强烈，且在其成立情况下可转移机器模型完全可以用非可转移机器模型来分析，因此完全没有必要引入这一特殊假设条件来研究带有可转移机器的模型。

比达尔的分析虽然是从一个新的角度来解释“统一效率路径公理”和可转移机器的模型，但他的观点却是让人难以接受的。首先，比达尔提出的“同等盈利”解释虽然不与萨尔瓦多里的解释相矛盾，但是“同等盈利”是在机器的使用效率变化路径独立于所在的生产部门这一假设前提下的必然结论，换句话说，对使用效率进行的界定是假设，而“同等盈利”是结论。从理论研究的角度来说，把需要证明的结论作为假设前提显然是不合理的。其次，使用效率对于可转移机器的重要性在斯拉法本人的著作中已经被提出，萨尔瓦多里所做的工作是对斯拉法的提示的扩展，而并非没有意义。最后，对于可转移机器的研究并没有否认不可转移机器模型的重要性，且同时扩展了固定资本模型的研究范围，获得了新的认识。如果说“统一效率路径公理”是一个非常强烈的假设，那么机器的不可转移性又何尝不是一种过强的假设呢？

八、结论及展望

本文对斯拉法体系下固定资本模型的研究进行了综述性说明，从机器的使用效率是否可变、机器是否可转移、机器是否可以联合使用等几个角度，梳理了一些经典的模型和最新的关于可转移机器的模型的研究，并总结了各类模型中成本最小化生产技术的特征。

从已有对固定资本理论的研究来看，下面一些问题的研究相对较少。第一，关于固定资本与产能利用率问题的研究。库尔兹（Kurz）认为，正常产能利用率应该由包含固定资本的成本最小化生产技术决定，但是他仅仅给出一个具有非转移单一机器的

简单例子，而没有进行进一步的深化研究。^①第二，关于废弃机器（obsolete machines）的研究。这一类机器是指已经被报废但在短期内需求变化时仍然具有使用价值的机器。舍福尔德（Scheffold）概要提及了废弃机器的准地租（quasi-rent）问题，^②库尔兹和萨尔瓦多里以废弃机器来强调“长期分析的限制”，^③帕里内洛（Parinello）以废弃机器来研究产能利用率与需求拉动型经济增长问题，但这些研究都尚缺乏更加一般的模型。^④以上都是值得进一步深入研究的问题。

Fixed Capital Models in the Sraffa Framework: A Survey

Huang Biao

Abstract: Sraffa revived the classical treatment of fixed capital, i.e., to treat fixed capital as joint product. This treatment can avoid the logical inconsistency of the neo-classical theory, as well as provide a new perspective for studying the problem of fixed capital. Recent researches on the models with transferable machines reignites the research interests on issue of fixed capital, as well as reshapes the understanding of the existing theory. All these concerns make it necessary to reorganize the studies on fixed capital models in the Sraffa framework. This paper surveys the development of fixed capital models in the Sraffa framework, summarizes the assumptions and properties of the cost-minimizing technique in each model, and points out some issues which deserve further investigations

Key words: Sraffa; fixed Capital; cost-minimization; jointly utilized machines; transferable machines.

Author: Huang Biao, Postdoctor of School of Economics, Renmin University of China.

① Kurz Heinz, “‘Normal’ Positions and Capital Utilisation”, *Political Economy: Studies in the Surplus Approach*, vol 2, no 1 (1986), pp 37-54; Kurz Heinz, “Effective Demand, Employment and Capital Utilisation in the Short Run”, *Cambridge Journal of Economics*, vol 14, no 2 (1990), pp 205-217; Kurz Heinz and Salvadori Neri, *Theory of Production: A Long-Period Analysis*, Cambridge: Cambridge University Press, 1995, Chap. 7.

② Scheffold Bertram, *Mr Sraffa on Joint Production and Other Essays*, London: Unwin Hyman, 1989.

③ Kurz Heinz and Salvadori Neri, *Theory of Production: A Long-Period Analysis*, Cambridge: Cambridge University Press, 1995, Chap. 12.

④ Parinello Sergio, “Capacity Utilization, Obsolete Machines and Effective Demand”, in Giuseppe Freni, Heinz D. Kurz, Andrea Mario Lavezzi and Rodolfo Signorino, eds., *Economic Theory and Its History: Essays in Honour of Neri Salvadori*, London and New York: Routledge, 2016, pp 51-64.